

Internal Ballistics of Spring Piston Airguns

Автор - Domingo Tavella, Ph.D.

Перевел – Ключников Виталий.

1.0 Summary

В этой работе описывается комплексная модель внутренней динамики пружинно-поршневого пневматического оружия. Баланс энергии и импульса в компрессоре и стволе сочетается с анализом пружины по методу конечных элементов. Задача представлена в виде набора связанных нелинейных дифференциальных уравнений. К конкретной модели пневматического оружия калибра 4,5мм применяется адиабатическая модель, которая обеспечивает отличное соответствие между прогнозируемыми и реально измеренными характеристиками.

2.0 Introduction

Для метания снаряда пневматическое оружие использует сильно сжатый газ. Обычно в качестве газа используется воздух, что определило название этого типа оружия, Airgun(англ). Источником может быть резервуар с предварительно сжатым газом или компрессор, где газ сжимается поршнем приводимым в движение сжатой пружиной. Именно этот тип пневматического оружия, называемый пружинно-поршневым пневматическим оружием, будет рассмотрен в данной работе.

Пружинно-поршневое пневматическое оружие (далее ППП) может служить отличным стендом на котором любой студент обладающий достаточными знаниями в области термодинамики и математического анализа, может проверить свое понимание дифференциальных уравнений и числового анализа.

Хотя основная цель работы – образовательная, реализованное решение является наиболее полным из доступных в открытом доступе и может дать хорошее представление о работе ППП. Эти знания могут быть полезными при проектировании, ремонте и модернизации ППП.

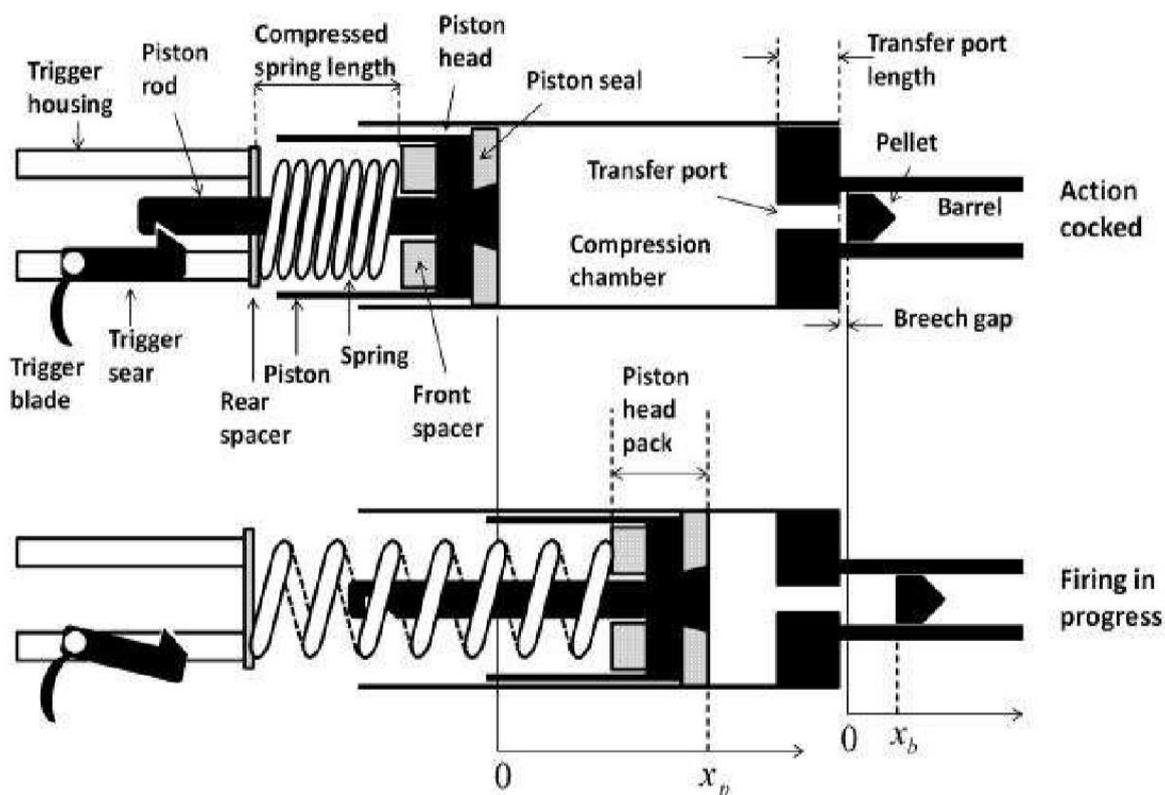
Термин пневматическое оружие объединяет под собой разные конструкции, различного уровня мощности, от гладкоствольных детских игрушек, до сверхскоростных гелиевых пушек, используемых для исследований образования кратеров.

В этой работе основное внимание будет уделяться традиционным ППП системам, работающим на стальной витой пружине. В традиционных ППП существует несколько возможных схем конструирования. Наиболее распространенная схема работает следующим образом. Предварительно сжатая пружина воздействует на поршень, когда оружие взведено. Во время выстрела спусковой механизм освобождает поршень, который под воздействием пружины сжимает воздух в компрессоре. Компрессор соединяется со стволом, где находится пулька, через так называемое перепускное отверстие. Через перепускное отверстие сжатый воздух попадет в казенную часть и заставляет пульку двигаться вперед.

На рисунке ниже показана схема традиционной ППП. Рисунок отражает принципиальную схему, без мелких деталей и нарисован не в масштабе. Верхняя картинка показывает винтовку во взведенном положении, когда поршень удерживается в заднем положении шепталом спускового

механизма (схема спускового механизма на картинке сознательно упрощена). На нижнем рисунке отражен момент в процессе выстрела, до того, как пуля покинула ствол.

FIGURE 1. Stylized schematic of a conventional spring piston air gun action - the trigger mechanism is highly simplified.



Как показано на рисунке, пружина воздействует на поршень, толкая его вперед. Во многих случаях передний торец пружины контактирует с дополнительной деталью, т.н. утяжелителем поршня. Для простоты отображения, на рисунке деталь представлена в виде простой шайбы. Задний торец пружины так же часто опирается на тонкую шайбу. Роль утяжелителя поршня, исходя из его названия, увеличения общей массы поршня, а так же, в некоторых случаях, стабилизации пружины. **Задняя шайба, которых может быть несколько, принимает и передает энергию, запасенную в пружине.**

Спереди поршень имеет уплотнение, обычно в виде синтетической манжеты, предотвращающей протекание воздуха при сжатии.

Поршень удерживается на взводе за шток размещенный вдоль продольной оси, как в случае на рисунке. Однако это не единственный способ фиксации.

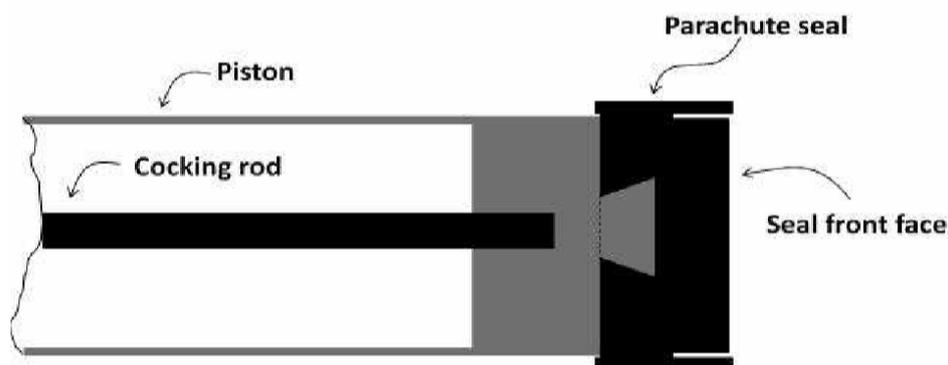
Для простоты, поршень, его шток и манжета будут обозначаться общим термином, поршень в сборе. Масса поршня в сборе и в некоторой степени масса пружины, являются важными параметрами, определяющими характеристики ППП. (Под характеристиками имеется в виду энергия передаваемая пулке).

Сжатый воздух поступает в казенную часть через перепускное отверстие. Перепускное отверстие соединяет ствол с компрессором. Обычно диаметр перепуска составляет около 3мм, а длина в районе 20мм. На рисунке выше перепускное отверстие показана по центру компрессора. Расположение перепуска может быть иным, однако это не имеет значение в рамках нашего анализа.

Небольшие свободные пространства, мертвый объем, крайне важен для расчета энергетического баланса в компрессоре. Общий мертвый объем, это объем перепускного отверстия, мертвый объем заложенный в конструкции уплотнений(канавки), казенный зазор и глубина посадки пульки, как показано на рисунке выше.

На практике передняя поверхность манжеты не идеально ровная и не совсем однородная. Наиболее распространенная конструкция, т.н. парашютное уплотнение, имеет относительно тонкую юбку отделенную узкой круговой канавкой от основного тела манжеты, как показано на рисунке ниже. Такая конструкция обусловлена необходимостью обеспечения плотного контакта со стенками компрессора. Нетрудно учесть влияние мертвого объема манжеты за счет небольшого пересчета объема компрессора, о чем я расскажу ниже.

FIGURE 2. Parachute seal and piston head longitudinal cross-section (not to scale).



Во время выстрела поршень движется вперед, сжимая воздух в компрессоре. Пулька не начинает движение до тех пор, пока поршень не преодолеет большую часть своего пути – обычно это занимает несколько миллисекунд. Через короткое время после того, как пулька начнет свое движение, поршень обычно отскакивает назад. Этот отскок происходит, когда пулька прошла совсем небольшое расстояние по стволу и это приводит к снижению давления за пулкой. Пулька продолжает свое ускорение даже после того, как поршень завершит свое поступательное движение, за счет расширения сжатого воздуха за пулкой. В том числе воздуха сжатого в мертвом объеме связанном с перепускным отверстием. Весь цикл выстрела, от начала движения поршня и до покидания пулкой ствола, занимает 8-10 миллисекунд.

С точки зрения КПД, ППП является довольно неэффективным устройством. Как правило, около 30% энергии первоначально запасенной в сжатой пружине преобразуется в кинетическую энергию пульки. Часть оставшейся энергии рассеивается в виде трения, часть из-за потери тепла, часть остается в компрессоре. Небольшую часть уносит даже остаточное давление воздуха на срезе ствола. Точное понимание энергетического баланса во время цикла выстрела является одной из основных целей данной работы.

Структура моделирования. Внутренняя динамика ППП может быть рассмотрена на нескольких уровнях сложности. На самом сложном уровне анализ включал бы решение уравнений Навье-Стокса для компрессора и ствола, а также подробный анализ пружины с использованием метода конечных элементов. И даже учитывал бы деформацию юбки пульки под давлением воздуха, а также газовую динамику воздуха, проходящего через ствол.

Самым простым подходом было бы рассмотрение глобального сохранения энергии и импульса, примерно прикинув тепловые потери и потери на трение.

На промежуточном уровне сложности, метод контрольных объемов может учитывать теплообмен между несколькими пространствами пневматического оружия, такими как компрессор, ствол, канал перепуска и связать этот термодинамический анализ с подходящей моделью пружины и поршня. На этом уровне сложности фиксируется динамика механических компонентов (пружины, поршня, пульки), а также зависящая от времени термодинамика газа, но не рассматриваются газодинамические процессы. Предположение о квазистатичности означает, что можно пренебречь инерционными эффектами сжатого газа. Это подразумевает, что термодинамического баланса и сохранения массы достаточно, чтобы решить зависящие от времени свойства газа. Методология, которую я применяю дополнена особенным предположением о действии кинетической энергии воздуха за пулкой. Это предположение, как я объясню ниже, вносит (надеюсь, незначительное) несоответствие в уравнения сохранения за пулкой и позволяет оценить порядок величины кинетической энергии воздуха.

Я не буду делать никаких определенных предположений о том, что воздух подвергается какой-либо конкретной форме политропного процесса. Этот подход позволяет учитывать тепловые потери и тепловыделение (как в случае сгорания смазки) в качестве основных величин, которые можно определить на основе калибровки. В то же время этот подход достаточно эффективен, чтобы учесть влияние на производительность массы пружины, длины и диаметра перепускного отверстия, а также глубины посадки пульки в стволе.

Предыдущие работы. Известно небольшое количество работ, описывающих математические модели ППП.

Compton (Ref. 1) рассмотрел ППП в предположении изотермического сжатия. Модель Комптона не учитывает мертвый объем в компрессоре, перепуске и объем до доньшка пульки. Тот факт, что цикл выстрела длится менее одной сотой секунды, свидетельства прогара уплотнительных манжет, а так же соображения о теплопотерях предполагают, что изотермическое рассмотрение невозможно на практике.

Mungan (Ref. 2) анализирует так называемую картофельную пушку (potato gun) в предположении об адиабатическом расширении. Адиабатическое представление в данном случае оправдано на том основании, что картофельная пушка сделана не из металла.

Моя работа отличается от существующей литературы и дополняет ее по крайней мере тремя важными аспектами. Во-первых, анализ включает в себя такие сложности, как мертвый объем в манжете, перепускном отверстии и казенной части, влияние которого должно быть учтено из результатов расчетов, а не предполагаться. Во-вторых, благодаря учету теплопроводности стенок компрессора эта модель не ограничена адиабатическими, изотермическими или политропными ограничениями. В-третьих, сама пружина рассчитывается по методу конечных элементов, который позволяет улавливать аспекты неравномерного сжатия пружины и продольной пульсации.

3.0 Подход к моделированию

В ППП можно выделить семь зон участвующих в передаче энергии массы и импульса: 1) Пружина плюс поршень, 2) компрессор, 3) мертвый объем манжеты, 4) перепускное отверстие, 5) глубина установки пульки, 6) непосредственно сама пулька, и 7) пространство в стволе между головой пули и дульным срезом. Я выведу набор обыкновенных дифференциальных уравнений, связывающих положение поршня, переменные состояния воздуха и положение пульки во время цикла выстрела. Я сделаю следующие предположения при моделировании.

Пружина и поршень. Я смоделирую пару пружина-поршень как пружинный маятник, где масса подвергается воздействию внешних сил. Масса пружины оказывает значительное влияние на производительность. Надлежащий учет эффекта массы пружины может быть достигнут с помощью конечно-элементной модели.

Компрессор. Я предположу, что процесс является квазистатическим и равновесным, что означает, что кинетической составляющей энергии можно пренебречь по сравнению с тепловой энергией. Модель позволит учесть теплопередачу через стенку компрессора.

МО манжеты. Объем канавки манжеты будет учитываться в качестве поправок к объему компрессора.

Перепускное отверстие. Перепуск играет определенную роль в том, что горячий, сжатый воздух будет оставаться в нем, пока пулька движется по стволу. По этой причине длина канала существенно влияет на производительность и ей нельзя пренебрегать. Важно отметить, что длина канала соотносится с диаметром перепуска для получения оптимальной производительности.

Глубина установки пульки. Пространство между перепускным отверстием и донцем пульки будет смоделировано как отдельный объем за пулкой в стволе.

Объем пространства за пулкой. Энергия передается из компрессора в пространство за пулкой в стволе через перепускное отверстие. Я буду учитывать кинетическую энергию газа с помощью простого специального допущения (которое, как упоминалось ранее, вносит некоторую несогласованность в уравнения сохранения). Как выяснится в дальнейшем, кинетическая энергия газа в этом объеме не важна, и ей можно пренебречь без существенного влияния на производительность.

Пулька. Я буду моделировать пульку как массу того же диаметра, что и казенная часть ствола, подвергающуюся воздействию четырех видов сил. Сила давления, которая ускоряет пульку. Сила трения возникающая на ведущих поясах пульки, сила трения возникающая при деформации пульки и сила трения из-за взаимодействия пульки с нарезами ствола.

Пространство в стволе между головой пули и дульным срезом. Энергия передается столбу воздуха перед пулкой. Я предположу, что газ в этой области не сжимается. Это не является важным компонентом общего баланса.

3.1 Объединение частей

В более простых расчетах, Compton (Ref. 1) и Denny (Ref. 3) удается получить аналитические выражения для скорости пульки в зависимости от давления в компрессоре (Compton), а так же параметров пружины и компрессора (Denny). Но, получать решения в аналитическом виде, когда вы допускаете дополнительные сложности, намного сложнее. Вместо того, чтобы пытаться уменьшить проблему аналитически, проще и правильнее решать различные компоненты

(пружина, перепуск и ствол плюс пулька) численно во времени, позволяя компонентам взаимодействовать через переменные состояния и положения. Это снижает вероятность ошибки и позволяет расширить модель, включив в нее фактор сгорания смазки. Кроме того, с вычислительной точки зрения проблема естественным образом делится на компоненты, которые поддаются объективному программированию.

4.0 Моделирование пружины

Вы можете моделировать пружину на различных уровнях сложности. Самое простое, что можно сделать, — это представить пару пружина-поршень как **пружинный маятник с массой сосредоточенной в точке**. Более комплексный подход заключается в учете неравномерности работы витков пружины.

4.1 Упрощенные подходы

Без учета массы пружины. Это простейшая модель пружинного маятника. Выведем уравнение. Безмассовая пружина с жесткостью k , свободной длиной h и поршень с массой M_p , на которые действует сила трения F_f в направлении, противоположном скорости поршня, и сила давления $A_p(p_c - p_a)$, где A_p - площадь уплотнения поршня (равная площади поперечного сечения компрессора), P_c - абсолютное давление в компрессоре, и P_a - атмосферное давление.

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{k}{M_p} (h - x_s) - \frac{1}{M_p} [A_p(p_c - P_a) + \text{sgn}(v_p)F_f]$$

Где v_p – скорость поршня, x_s - это переднее конечное положение пружины. Так же, передняя часть поршня подвергается воздействию давления в компрессоре, в то время как противоположная сторона подвергается воздействию атмосферного давления. Обратите внимание, что положение поршня, x_p это не то же самое, что положение переднего конца пружины, x_s . Их положение отличается на высоту манжеты, плюс головы поршня, плюс шляпы утяжелителя поршня(шайбы).

С учетом массы пружины. В типичной ППП винтовке масса пружины может составлять одну треть от массы поршня. Если представить, что при сжатии, относительное расстояние между витками пружины остается равномерным, легко скорректировать эффективную массу поршня с учетом массы пружины. **Эта поправка гарантирует, что кинетическая энергия пружинного маятника равна энергии самой пружины.** Коррекция заключается в добавлении одной трети массы пружины к массе поршня (Ruby (Ref. 5)) . Скорректированное уравнение движения, где масса пружины обозначена как m_s

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{k}{M_p + \frac{1}{3}m_s} (h - x_s) - \frac{1}{M_p + \frac{1}{3}m_s} [A_p(p_c - P_a) + \text{sgn}(v_p)F_f]$$

Справедливость этого уравнения зависит от верности предположения о равномерности сжатия пружины. Однако, при отскоке поршня все не так просто. Расчеты показывают, что энергия,

сохраняемая пружиной по окончании цикла выстрела, выше, чем предполагалось с поправкой на массу. В результате подход с поправкой на массу пружины переоценивает результат.

4.2 Расчет пружины по методу конечных элементов.

На рисунке ниже показана модель пружины. Пружина разделена на n сегментов содержащих одинаковое количество витков, каждый массой m . Функции времени $x^i(t)$ обозначают горизонтальные положения масс m . На правом конце пружины находится масса M , на которую действует внешняя сила F .

Обозначая начальное равномерное расстояние между массами через Δ , силы, обусловленные отклонением пружины, действующие на левую и правую стороны массы, расположенной в точке $x^i(t)$, задаются формулами

$$F_l^i = k[\Delta - (x^i - x^{i-1})]$$

$$F_r^i = k[\Delta - (x^{i+1} - x^i)]$$

Если сегмент пружины на левой стороне массы сжимается, F_l принимает положительное значение. Если сегмент пружины на правой стороне массы сжимается, F_r принимает отрицательное значение.

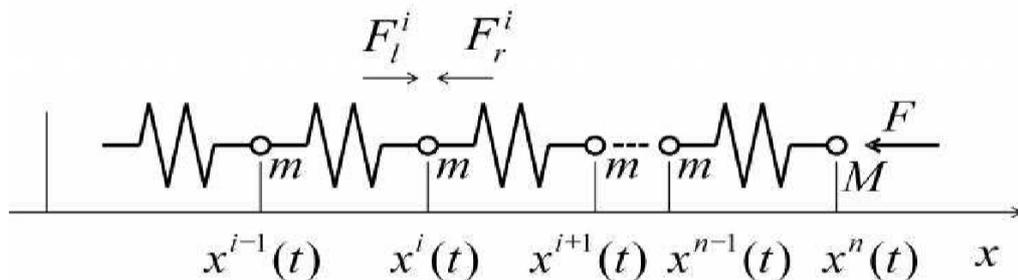
Суммарная сила отклонения, действующая на массу, расположенную в точке $x^i(t)$, представляет собой сумму левой и правой сил плюс любые силы трения. Это приводит к тому, что начальные массовые интервалы взаимно компенсируются.

$$F_l^i + F_r^i = k[\Delta - (x^i - x^{i-1})] - k[\Delta - (x^{i+1} - x^i)]$$

$$F_l^i + F_r^i = k(x^{i-1} - 2x^i + x^{i+1})$$

Если v^i это скорость массы, находящейся в точке $x^i(t)$, сохранение импульса дает нам систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

FIGURE 3. Finite element spring model (friction forces F_f not shown for clarity).



За исключением первой и последней координатных точек, система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) выглядит следующим образом

$$\frac{dv^i}{dt} = \frac{k}{m}(x^{i-1} - 2x^i + x^{i+1}) + \text{sgn}(v^i)\frac{F_f^i}{m}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\frac{dx^i}{dt} = v^i$$

Где F_f^i , сила трения действующая на элемент массы i^{th} . Я предположу, что левый конец пружины неподвижен, тогда $x^0(t) = x_0$. Таким образом, ОДУ для первого сегмента массы пружины:

$$\frac{dv^1}{dt} = \frac{k}{m}(x_0 - 2x^1 + x^2) + \text{sgn}(v^1)\frac{F_f^1}{m}$$

ОДУ для массы M :

$$\frac{dv^n}{dt} = \frac{k}{m}[\Delta - (x^n - x^{n-1})] - \frac{F_f^n + F}{M}$$

Где F_f^n сумма сил трения действующих на элементы массы n^{th} и манжету поршня и F – результат сил давления действующих с обеих сторон манжеты поршня. Следующее уравнение показывает эту систему в матричном виде. Для $n = 4$ и определения $\zeta = \frac{k}{m}$ и $\zeta_m = \frac{k}{M}$, система скоростей элементов выглядит следующим образом (обратите внимание, что последний ряд не имеет коэффициента 2, это потому, что масса поршня находится в самом конце пружины).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \\ v^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\zeta & \zeta & 0 & 0 \\ \zeta & -2\zeta & \zeta & 0 \\ 0 & \zeta & -2\zeta & \zeta \\ 0 & 0 & \zeta & -\zeta_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta x_0 - \text{sgn}(v^1)\frac{F_f^1}{m} \\ -\text{sgn}(v^2)\frac{F_f^2}{m} \\ -\text{sgn}(v^3)\frac{F_f^3}{m} \\ \zeta_M \Delta - \text{sgn}(v^4)\frac{F_f^4 + F}{M} \end{bmatrix}$$

Эта система будет взаимодействовать с термодинамикой компрессора через силовой член F . Это трехдиагональная система для ускорений масс конечных элементов. Точность такого расчёта очень велика.

Жесткость пружины. Найдем коэффициент жесткости пружины k_a . G - модуль сдвига, R_s – радиус пружины, D_w – диаметр проволоки и N_a – количество активных витков.

$$k_a = \frac{GD_w^4}{64NaR_s^3}$$

Для пружин, которые обычно используются в ППП, количество активных витков равно общему количеству витков N_t , минус два, при условии, что концевые витки поджаты и отторцованы.

$$N_a = N_t - 2$$

Поскольку жесткость обратно пропорциональна количеству активных витков, при n сегментов пружины, каждый сегмент имеет жесткость, заданную следующим уравнением.

$$k = nk_a$$

Дискретизация массы пружины. Если имеется n сегментов пружины, то количество витков в каждом сегменте равно

$$\Delta N_a = \frac{N_a}{n}$$

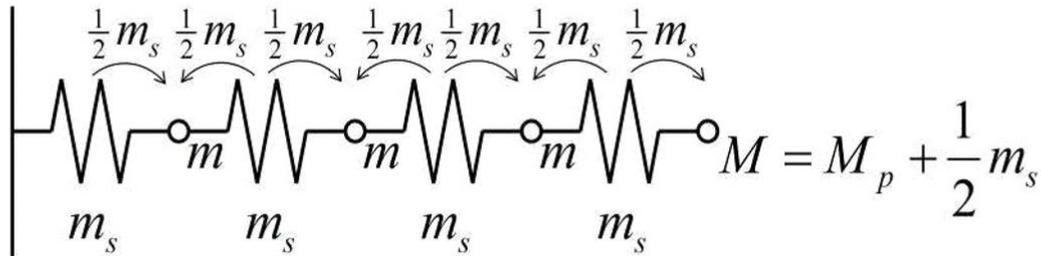
Каждый сегмент пружины имеет массу:

$$m_s = \frac{\pi^2 D_w^2 \rho_s R_s N_a}{2n}$$

Где ρ_s , удельная плотность материала пружины.

Массы элементов. Массы сегментов пружины распределяются по модели конечных элементов, как показано на следующем рисунке.

FIGURE 4. Spring mass segment allocation.



Масса поршня обозначена M_p . Следовательно величины ζ и ζ_M задаются формулами:

$$\zeta = m_s$$

$$\zeta_M = M_p + \frac{1}{2} m_s$$

5.0 Компрессор.

Модель для компрессора спроектирована таким образом, чтобы включать в себя мертвый объем канавки манжеты, где сжатый воздух может оставаться отрезанным во время выстрела, а так же канал перепуска, который в какой-то мере является накопителем. На рисунке ниже показана геометрия модели компрессора.

Хотя очевидно, что с МО манжеты можно справиться путем изменения объема компрессора, канал перепуска требует более пристального внимания. Если рассматривать перепуск как отдельный компонент системы, можно обнаружить, что одной только термодинамики будет недостаточно. Это обусловлено характером протекающих процессов. В результате, работа с перепуском, как отдельным компонентом требует решения задач гидродинамики, что значительно усложняет решение. Приходится принимать во внимание геометрию сечений и вязкость газа.

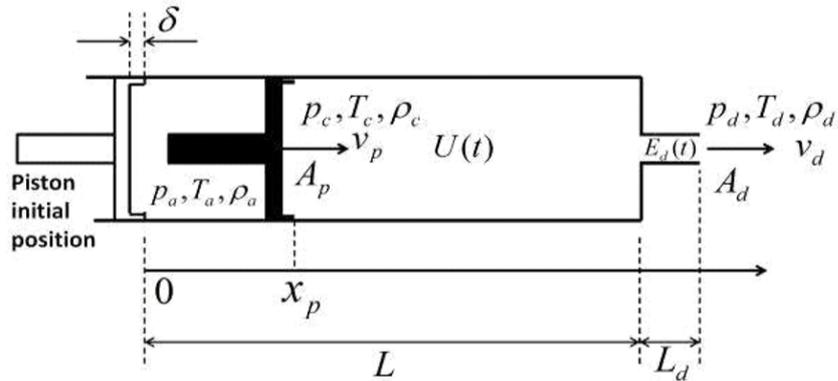
Можно сделать два приближения для обработки канала перепуска ограничиваясь соображениями термодинамики. Одним из приближений является предположение, что можно увеличить объем компрессора на объем перепуска. В квазистатичных условиях это могло бы быть верным, если бы удельная энергоемкость газа в канале перепуска была бы равна удельной энергоемкости газа в компрессоре. Другое приближение состоит в предположении, что плотность и энергия внутри канала однородны и равны их выходным (или разрядным) значениям.

Эти приближения дают очень похожие результаты, но их реализация сильно отличается. Здесь я рассмотрю только первое приближение. Как показано на следующем рисунке, предполагается, что манжета имеет бесконечно тонкую кромку глубиной δ . Чтобы реализовать первое приближение, вы выбираете величину δ таким образом, чтобы объем $\frac{\pi}{4} D_p^2 \delta$ (или по-русски $\pi R^2 \delta$)

где D_p диаметр поршня, равнялся объему перепуска, плюс объем МО манжеты. И в таком случае игнорируете перепуск в ваших уравнениях сохранения.

/В двух словах, автор предлагает попросту прибавить объем МО к объему компрессора, разумеется он все равно останется несжимаемым, и заигнорить перепуск как таковой в рамках одного из предложений/

FIGURE 5. Compression chamber model - subscript “a” refers to atmospheric conditions, subscript “c” refers to compression chamber conditions, and subscript “d” refers to transfer port discharge conditions.



Вклад перепускного канала. Давление за пuelей является отправной точкой для вычисления термодинамического вклада перепуска. Игнорируя кинетическую энергию внутри камеры сжатия, критическое значение давления в казенной части, ниже которого поток в перепуске становится дозвуковым, составляет:

$$p_d^* = p_c \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Где γ , соотношение удельной теплоемкости, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Игнорирование кинетической энергии равносильно предположению, что **давление в камере сжатия, p_c , эквивалентно давлению застоя.** Это предположение оправдано, поскольку кинетическая энергия воздуха в камере сжатия намного меньше его тепловой энергии.

Если давление в казенной части больше p_d^* (но меньше давления в компрессоре), поток в передаточном отверстии является дозвуковым, а число Маха является результатом предположения об изоэнтропическом расширении,

$$M_d^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_c}{p_d} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]$$

Где p_d принимается как равное давлению в казеннике. Если давление в казенной части меньше чем p_d^* , то число Маха равно единице и $p_d = p_d^*$. Если давление в казенной части больше давления в компрессоре, поток меняется на противоположный и воздух поступает обратно в компрессор.

Как только давление становится известно, можно предположить температуру в казенной части исходя из предположения об изоэнтропийном расширении,

$$T_d = T_c \left(\frac{p_d}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Где T_c , температура в компрессоре. При этом скорость звука на выходе равна

$$c = \sqrt{\gamma R T_d}$$

где R – газовая постоянная (в нашем случае воздух). Массовый расход на единицу площади соответствует форме (обратите внимание, что по верх m есть “точка”),

$$\dot{m} = M_d c \rho_d$$

Где ρ_d , плотность воздуха в казеннике. Поскольку $A_d v_d \rho_d = C_d A_d \dot{m}$, где C_d коэффициент расхода, скорость потока равна

$$v_d = \frac{C_d \dot{m}}{\rho_d}$$

Плотность воздуха в казеннике определяется из уравнения состояния

$$\rho_d = \frac{p_d}{R T_d}$$

Работая с уравнениями сохранения, я получу обыкновенные дифференциальные уравнения для плотности и температуры в компрессоре с давлением, вычисленным из уравнения состояния. Чтобы учесть массу и энергию в перепуске, я применю второе приближение, которое я обсуждал ранее.

Сохранение массы. Скорость изменения массы воздуха в компрессоре и перепуске должна быть уравновешена в казеннике.

$$\frac{d}{dt} [A_p (L + \delta - x_p) \rho_c] = -C_d \dot{m} A_d$$

Где A_p , площадь поперечного сечения компрессора и x_p , положение поршня (см рисунок 5). Это дает нам обыкновенное дифференциальное уравнение для плотности воздуха в компрессоре

$$\frac{d\rho_c}{dt} = \frac{-C_d \dot{m} + \rho_c v_p}{L + \delta - x_p}$$

Где v_p , скорость поршня.

Энергетический баланс. Пренебрегая составляющей кинетической энергии воздуха в компрессоре, скорость изменения тепловой энергии в компрессоре должна равняться скорости поступления энергии от перемещения поршня за вычетом конвекции энтальпии и кинетической энергии из перепуска, минус потери тепла в окружающую среду,

$$\frac{d}{dt} [A_p (L + \delta - x_p) p_c c_v T_c] = A_p p_c v_p - C_d \dot{m} A_d \left(\frac{1}{2} v_d^2 + c_p T_d \right) - \frac{dQ}{dt}$$

Где $\frac{dQ}{dt}$, это скорость потери тепла в окружающую среду. Следующее уравнение дает нам представление о температуре в компрессоре.

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{p_c v_p C_d \dot{m} \left(\frac{1}{2} v_d^2 + c_p T_d - c_v T_c \right) - \frac{1}{A_p} \frac{dQ}{dt}}{(L + \delta - x_p) \rho_c c_v}$$

Тепло, теряемое в окружающую среду. Игнорируя потери тепла в перепуске, скорость потери тепла в окружающую среду пропорциональна произведению поверхности стенки компрессора и разности температур между газом внутри компрессора и температурой стенки, а именно:

$$\frac{dQ}{dt} = \mu \left[\pi D_p (L - x_p) + \frac{\pi}{4} D_p^2 \right] (T_c - T_a)$$

Где T_a , температура окружающей среды, D_p , внутренний диаметр компрессора и μ , коэффициент теплопроводности. Здесь я предполагаю, что стенки компрессора имеют температуру равную температуре окружающей среды. Взаимодействие между компрессором и пружиной осуществляется через силу давления на поршень - в абсолютном значении эта сила равна:

$$F = (p_c - p_a) A_p$$

Где p_a , величина атмосферного давления. Результат будет использоваться в итоговом уравнении в системе конечных элементов.

5.1. Ствол и пулька

На следующем рисунке показана схема, отображающая пульку в стволе. Положение пульки, x_b , измеряется, начиная от перепуска, x_0 . Это расстояние учитывает глубину установки пульки в казеннике и любое расстояние между пулкой и перепускным отверстием. Это расстояние важно с точки зрения термодинамики и влияет на численную обусловленность дифференциальных уравнений, описывающих процесс.

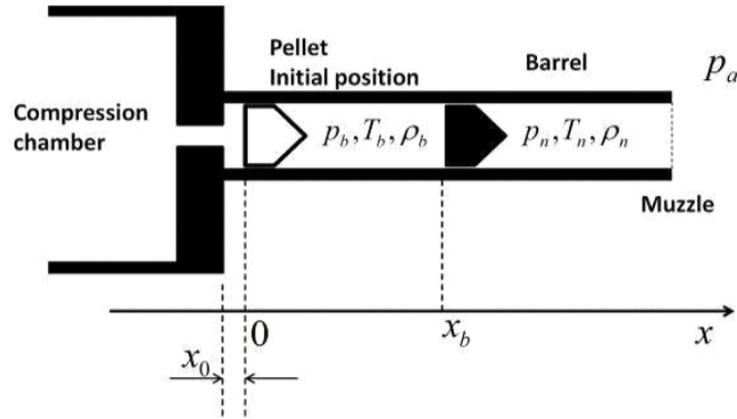
Чтобы вывести уравнения сохранения, я рассмотрю контрольный объем от плоскости перепуска до основания пульки. Как и в случае с компрессором, я введу упрощающее предположение о том, что между перепуском и основанием пульки нет градиентов плотности, давления или температуры.

Однако для того, чтобы оценить важность кинетической энергии столба воздуха за пулкой, мы должны сделать предположение о распределении скорости воздуха за пулкой. Во внутренней баллистике огнестрельного оружия есть распространенное приближение, известное как приближение градиента Лагранжа - см. Carlucci and Jacobson (Ref. 7) или Morrison et al (Ref. 8). Если газ позади снаряда имеет однородную плотность, скорость газа линейно изменяется от затвора к основанию снаряда. Однако, данное предположение не согласуется с тем, что температура и давление за пулкой однородны, что является нашим основным предположением.

Чтобы быть абсолютно последовательным, аппроксимация градиента Лагранжа должна быть адаптирована к условиям, которые мы находим в ППП. Это потребовало бы пересмотра предположения об однородности состояния воздуха за пулей.

Вместо того, чтобы пересматривать предположение об однородности состояния воздуха за пулкой, я введу специальное предположение о том, что линейно изменяющееся распределение скорости воздуха за пулкой может быть использовано для оценки степени важности кинетической энергии воздуха за пулкой.

FIGURE 6. Barrel and pellet.



Сохранение массы. Изменение массы газа за пулькой равно массовому расходу через перепуск.

$$\frac{d}{dt}[(x_0 + x_b)\rho_b] = C_d\eta_b\dot{m}$$

Где $\eta_b = \frac{A_d}{A_b}$ является коэффициентом отношения перепуск-ствол, а нижний индекс b обозначает казенную часть. В предположении об однородности нужно рассматривать только общие производные по времени.

$$\frac{d\rho_b}{dt} = \frac{C_d\eta_b\dot{m} - v_b\rho_b}{x_0 + x_b}$$

Где $v_b = \frac{dx_b}{dt}$, скорость пульки

Энергия. Сумма изменений внутренней и кинетической энергии газа за пулькой складывается из энтальпии плюс кинетической энергии поступающей через перепуск, из этого надо вычесть энергию передаваемую пульке, а так же потери тепла. Обратите внимание, что трение пульки не учитывается в этом балансе, поскольку контрольный объем не включает саму пульку. Предположим, что $x \geq 0$ описывает положение пули в стволе. Начальное положение пули — это расстояние x_0 от плоскости казенного среза (координата пули - x_b измеряется от x_0),

$$\frac{d}{dt}[A_b(x_0 + x_b)\rho_b c_v T_b] + \frac{d}{dt}KE = C_d A_d \dot{m} \left(c_p T_d + \frac{1}{2} v_d^2 \right) - p_b A_b v_b - \frac{dQ_b}{dt}$$

Где KE обозначает кинетическую энергию газа в объеме между перепуском и пулькой, а $\frac{dQ_b}{dt}$, это скорость потери тепла из этого объема в окружающую среду. Определим температуру воздуха в казенной части,

$$\frac{dT_b}{dt} = \frac{C_d \eta_b \dot{m} \left(c_p T_d - c_v T_b + \frac{1}{2} v_d^2 \right) - p_b v_b - \frac{1}{A_b} \frac{d}{dt}KE - \frac{1}{A_b} \frac{dQ_b}{dt}}{(x_0 + x_b)\rho_b c_v}$$

Термин "кинетическая энергия" усложнил бы ситуацию, если бы вы хотели зафиксировать вклад кинетической энергии с тем же уровнем точности, что и другие термодинамические величины. Причина в том, что KE является функцией массового расхода, \dot{m} . Массовый расход сам по себе

является функцией от значений переменных в компрессоре. Это означает, что выражение для $\frac{d}{dt} KE$ связывало бы ОДУ компрессора с ОДУ ствола через производные по времени от переменных состояния, а не только через их значения. Эта проблема может быть легко решена задержкой во времени $\frac{d}{dt} KE$. Как выясняется, в ППП влияние кинетической энергии газа невелико и может быть проигнорировано. Давайте теперь придумаем формулировку для KE.

Кинетическая энергия за пулькой. С учетом предположения об однородности, есть фундаментальная проблема при вычислении кинетической энергии газа позади. Физика говорит о том, что скорость газа различна вдоль оси ствола, а это несовместимо с однородностью. Один из способов обойти эту проблему - сделать еще одно предположение о том, что скорость воздуха за пулькой линейно распределена в промежутке между казенником и самой пулькой, что согласуется с градиентным приближением, упомянутым ранее (Carlucci and Jacobson (Ref. 7)). Это согласуется с равномерной плотностью, но не согласуется с однородностью всех переменных. Несмотря на этот конфликт, предположение о линейности скорости даст нам представление о том, насколько важно или не важно учитывать кинетическую энергию воздуха за пулькой.

В огнестрельном оружии в приближении градиента Лагранжа скорость газа за снарядом увеличивается линейно, начиная от нуля в казенной части и заканчивая скоростью снаряда сразу за ним.

В ППП, если перепуск имеет тот же диаметр, что и казенная часть, и поток не блокируется внутри ствола где-либо за пулей, согласно предположению об однородности, скорость газа будет равна скорости пули.

Интересующий нас сценарий является промежуточным между описанными выше. Я предполагаю, что скорость воздуха изменяется линейно между казенной частью и основанием пули, где скорость в казенной части вычисляется из непрерывности. Если x_b – текущее положение пули, а v_b – текущая скорость пули, то распределение скорости воздуха вдоль ствола можно описать следующим образом:

$$v(x) = v_0 + (v_b - v_0) \frac{x}{x_b}$$

Где v_0 , это скорость в казенной части – предполагаю из сохранения массы, что смешивание происходит на исчезающе коротком расстоянии,

$$v_0 = \frac{C_d \dot{m} A_d}{\rho_b A_b}$$

Кинетическая энергия газа за пулькой,

$$KE = \frac{1}{2} A_b \left[\int_{x_0}^{x_b} \rho_b v^2 dx + x_0 \rho_b v_0^2 \right]$$

Осуществляя интеграцию,

$$KE = \frac{1}{6} A_b \rho_b [v_b^2 + v_0(v_b + v_0)] x_b + \frac{1}{2} A_b \rho_b x_0 v_0^2$$

Если скорость истечения из перепуска равна нулю, это выражение согласуется с решением Carlucci and Jacobson (Ref. 7).

Теплопотери в стволе. Игнорируя тепло, теряемое в районе уплотнения перепуска и тепло, теряемое на нагревание пульки, можно сделать следующее предположение. Скорость потери тепла в стволе, аналогично компрессору, пропорциональна произведению площади внутренней поверхности ствола и разности температур между газом внутри цилиндра и стенками ствола. Предполагая, что температура ствола равна температуре окружающей среды,

$$\frac{dQ_b}{dt} = \mu \pi D_b x_b (T_b - T_a)$$

Где D_b , диаметр ствола и μ , коэффициент теплопроводности, тот же, что и для расчета компрессора. Учет потерь тепла в стволе добавлен для полноты исследования. Потери тепла в стволе часто игнорируются даже при расчете внутренней баллистике огнестрельного оружия, а в нашем случае это фактически не требуется.

Импульс. Уравнение импульса, примененное к пулке, позволяет нам связать давление, действующее на пульку с ее положением в стволе. Силы давления, действующие на пульку, должны уравновешивать силы инерции и трения. Это уравновешивание достигается путем приравнивания работы давлений, действующих на пульку сзади (p_b) и спереди (p_n), к сумме изменений энергии вращения и поступательного движения пули плюс работа, рассеиваемая пулкой за счет трения. Обратите внимание, что изменение энергии воздуха перед пулкой не является частью этого баланса.

Таким образом, уравнение импульса пульки имеет вид,

$$A_b (p_b - p_n) dx_b = d \left(\frac{1}{2} m_b v_b^2 \right) + d \left(\frac{1}{2} I_b \omega^2 \right) + G dx_b$$

Где ω - угловая скорость пульки, G - сила трения, действующая на пульку, m_b - масса пульки и I_b - осевой момент инерции пульки. Теперь можно связать угловую скорость пульки с шагом нарезов(твистом), T_R определяется как $T_R = \frac{1}{L_R}$, где L_R - шаг нарезов(расстояние за которое пулька совершает один полный оборот).

Величина шага нарезов в огнестрельном и пневматическом оружии обычно постоянна, но встречаются стволы и с прогрессивным шагом нарезов. Как крайность тут можно рассматривать случаи так называемых «гладкотвистовых» стволов, где нарезы имеются только в конце ствола. Расчеты покажут, что в ППП, с точки зрения выработки энергии, нет никакого преимущества в использовании таких стволов. Впрочем, это не означает, что не могут присутствовать другие преимущества.

В дальнейшем я буду предполагать постоянный шаг нарезов. В зависимости от пройденного расстояния, x_b , пулька совершает определенное количество оборотов.

$$n_R = T_R x_b$$

Количество оборотов в единицу времени равно,

$$\frac{dn_R}{dt} = T_R v_b$$

Таким образом, угловая скорость пульки равна,

$$\omega = 2\pi T_R v_b$$

При этом уравнение импульса дает нам следующее уравнение для ускорения пульки.

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{A_b(p_b - p_n) - G}{m_b + (2\pi T_r)^2 I_b}$$

Силы трения и сопротивление нарезов. Сила трения G состоит из трех составляющих. Одним из них является трение упругости из-за деформации пульки - эта составляющая, обозначаемая G_n , не зависит от давления, действующего на пульку. Вторая составляющая - трение из-за расширения юбки пульки давлением G_s , зависит от величины давления за пулкой. Третья составляющая, обозначенная G_r , обусловлена трением пули о нарезы.

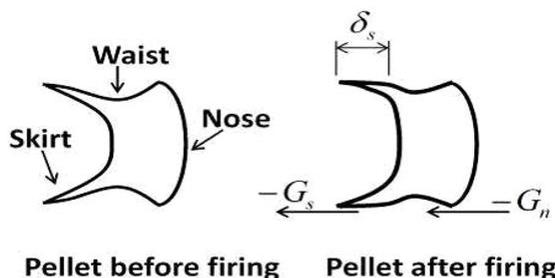
$$G = G_n + G_s + G_r$$

Чтобы наглядно представить, как возникают первые два компонента трения, рассмотрим продольное сечение типичной пульки для пневматической винтовки, показанное на рисунке ниже. При выстреле высокое давление действует на пульку и раздувает юбку, которая прижимается к стенкам ствола областью глубиной δ_s , на которую действует трение G_s . Эта сила трения является частью силы, создаваемой давлением, действующим на кольцо диаметром D_b и глубиной δ_s , а именно,

$$G_s = \mu \rho_b \pi D_b \delta_s$$

Где μ , соответствующий коэффициент трения.

FIGURE 7. Typical low- to medium-power airgun pellet cross-section, before and after firing.

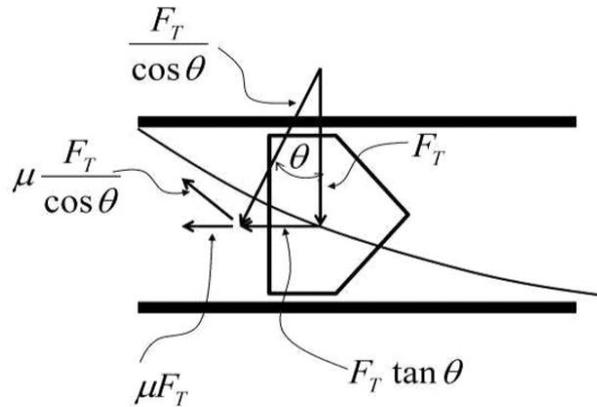


Учитывая форму стандартной пульки-колпачка, трение из-за упругой деформации будет сосредоточено вокруг носика. Пули огнестрельного оружия и полнотельные пули для РСР оружия большой мощности, отличаются в этом отношении и подвергаются в основном упругому деформационному трению. G_n является константой для каждой марки пульки и лучше всего определяется путем проталкивания пульки через ствол. Чтобы получить выражение для силы сопротивления нарезов, рассмотрим эскиз на рисунке 7. Из-за ускорения вращения нарезы оказывают на пульку усилие, F_T , которое перпендикулярно оси пульки и может быть разложено на две составляющие, одну перпендикулярную нарезам, $\frac{F_T}{\cos\theta}$, а другую касательную к

нарезам, $\mu \frac{F_T}{\cos\theta}$. Эта тангенциальная составляющая возникает из-за трения о поля нарезов и создает продольную силу, $G_r = \mu F_T$, которая замедляет пульку. Для вычисления F_T рассмотрим вращающий момент T вокруг оси пульки,

$$F_T = \frac{T}{r} = \frac{1}{r} I_b \frac{d\omega}{dt} = \frac{2\pi T_R}{r} I_b \frac{dv_b}{dt}$$

FIGURE 8. Forces acting on the pellet due to the barrel rifling - angle of rifling, θ , highly exaggerated for clarity.



Где r , радиус канала ствола.

Обратите внимание на приведенный выше рисунок. Сила направленная в продольном направлении $\frac{F_T}{\cos \theta}$, приводит к возникновению силы $G_T = F_T \tan \theta$ которая является инерционной силой и также замедляет движение пульки. Поскольку G_T , это сила инерции, она уже учтена в выражении расчета ускорения пульки. Эта сила задается выражением $(2\pi T_R)^2 I_b \frac{dv_b}{dt}$.

Таким образом, сила трения определяется выражением,

$$G = G_n + \mu p_b \pi D_b \delta_s + \mu \frac{4\pi T_R}{D_b} I_b \frac{dv_b}{dt}$$

Откорректировав уравнение для ускорения пули и после некоторых алгебраических манипуляций, ускорение пули определяется ОДУ,

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{A_b(p_b - p_n) - (G_n + \mu p_b \pi D_b \delta_s)}{m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right)}$$

Если поля нарезов примерно такие же гладкие, как и сами нарезы, то коэффициент трения юбки и нарезов можно считать одинаковым.

Давление на носик пули. В целом, вычисление давления на носовую часть пульки сводится к решению задачи гидродинамики. Можно обойти это, сделав простое предположение о том, что воздух свободно выходит вперед. Если число Маха мало, можно считать этот воздух условно несжимаемым и получить простую формулу давления на пульку спереди. Это приближение довольно грубое, но его должно быть достаточно, чтобы определить, в какой степени важна инерция воздуха перед пулечкой (как выяснится в дальнейшем, это несущественный параметр). В предположении об очень малом числе Маха не нужно уравнение энергии, можно рассматривать столб воздуха перед пулечкой, как пулю, длина которой сокращается по мере продвижения пульки вперед.

Если длина ствола равна L_m и x_b является положением пульки (длина пульки незначительна по сравнению с длиной ствола) и предполагая, что условия перед пулечкой однородны, уравнение импульса выглядит следующим образом,

$$(p_n - p_a)A_b = \frac{d}{dt} [A_b(L_m - x_b)\rho_a v_b] + (\rho_a v_b)A_b v_b$$

Где индекс a относится к атмосферным условиям. Первое слагаемое справа - это скорость изменения импульса внутри ствола, а второе слагаемое - это импульс, истечения из дульного среза. Это уравнение дает выражение для давления на носик пульки

$$p_n = p_a + (L_m - x_b)\rho_a \frac{dv_b}{dt}$$

Если вы используете это выражение в том виде, в каком оно написано, вы должны установить временную задержку ускорения пульки. В качестве альтернативы, теперь можно получить явное уравнение для давления спереди, убрав ускорение пульки. Замена $\frac{dv_b}{dt}$ в приведенном выше уравнении приводит к следующему выражению для давления перед пулей в терминах величин, известных на момент решения:

$$p_n = \frac{\left[m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right) \right] p_a + (L_m - x_b)\rho_a [A_b p_b - (G_n + \mu p_b \pi D_b \delta_s)]}{\left[m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right) \right] + (L_m - x_b)\rho_a A_b}$$

5.2 Итоговые дифференциальные уравнения.

С помощью n конечных элементов для дискретизации пружины задача внутренней баллистики ППП описывается набором из $n + 4$ связанных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Уравнения конечных элементов пружины.

В нашем случае уравнение для четырех элементов.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \\ v^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\zeta & \zeta & 0 & 0 \\ \zeta & -2\zeta & \zeta & 0 \\ 0 & \zeta & -2\zeta & \zeta \\ 0 & 0 & \zeta & -\zeta_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta x_0 - \operatorname{sgn}(v^1) \frac{F_f^1}{m} \\ -\operatorname{sgn}(v^2) \frac{F_f^2}{m} \\ -\operatorname{sgn}(v^3) \frac{F_f^3}{m} \\ \zeta_M \Delta - \operatorname{sgn}(v^4) \frac{F_f^4 + F}{M} \end{bmatrix}$$

Плотность, температура и давление в компрессоре.

$$\frac{d\rho_c}{dt} = \frac{-C_a \eta \dot{m} + \rho_c v_p}{L + \delta - x_p}$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{p_c v_p - C_a \eta \dot{m} \left(\frac{1}{2} v_d^2 + c_p T_d - c_v T_c \right) - \frac{1}{A_p} \frac{dQ}{dt}}{(L + \delta - x_p) \rho_c c_v}$$

$$p_c = \rho_c R T_c$$

Потери тепла в компрессоре.

$$\frac{dQ}{dt} = \mu \left[\pi D_p (L - x_p) + \frac{\pi}{4} D_p^2 \right] (T_c - T_a)$$

Плотность, температура и давление в стволе между казенной частью и пулькой.

$$\frac{d\rho_b}{dt} = \frac{C_d \eta_b \dot{m} - v_b \rho_b}{x_0 + x_b}$$
$$\frac{dT_b}{dt} = \frac{C_d \eta_b \dot{m} \left(c_p T_d - c_v T_b + \frac{1}{2} v_d^2 \right) - p_b v_b - \frac{1}{A_b} \frac{d}{dt} KE - \frac{1}{A_b} \frac{dQ_b}{dt}}{(x_0 + x_b) \rho_c c_v}$$
$$p_b = \rho_b R T_b$$

Потери тепла в стволе.

$$\frac{dQ_b}{dt} = \mu \pi D_b x_b (T_b - T_a)$$

Кинетическая энергия воздуха в стволе между казенником и пулькой.

Этот параметр имеет относительно небольшой вклад в результат и может быть безопасно вычислен с помощью временной привязки. Помните, что данный расчет кинетической энергии воздуха является приблизительным и не полностью согласуется с нашими предположениями о равномерности.

$$KE = \frac{1}{6} A_b \rho_b [v_b^2 + v_0(v_b + v_0)] x_b + \frac{1}{2} A_b \rho_b x_0 v_0^2$$

Уравнение движения пульки.

$$\frac{dv_b}{dt} = \frac{A_b (p_b - p_n) - (G_n + \mu p_b \pi D_b \delta_s)}{m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right)}$$

Давление на пульку спереди.

$$p_n = \frac{\left[m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right) \right] p_a + (L_m - x_b) \rho_a [A_b p_b - (G_n + \mu p_b \pi D_b \delta_s)]}{\left[m_b + 4\pi T_R I_b \left(\pi T_R + \frac{\mu}{D_b} \right) \right] + (L_m - x_b) \rho_a A_b}$$

Вы можете решить эту систему, используя обычный метод конечных разностей, самым простым из которых являются диаграммы Эйлера.

6.0 Результаты и обсуждение.

6.1 Сверка данных.

Модель внутренней баллистики была проверена на пневматической винтовке Beeman RS2 калибра 4,5 мм с использованием четырех высококачественных свинцовых пуль, изготовленных компанией JSB в Чешской Республике. Масса пуль 0,510 г (7,87 гран), 0,547 г (8,44 гран), 0,670 г (10,34 гран) и 0,870 г (13,43 гран). Первые три пули предпочитают спортсмены в дисциплине Field Target, а четвертая часто используется для охоты.

Beeman RS2 — это недорогая ППП винтовка с легкозаменяемым стволом. Чтобы получить данные о скорости пули в зависимости от длины ствола, ствол был последовательно обрезан для получения шести отрезков разной длины. Наименьшая длина ствола, которая могла быть испытана, была продиктована механическими ограничениями. Для каждой пули были измерены начальные скорости на каждом стволе.

В таблице 1 приведены основные характеристики винтовки. Я буду ссылаться на эту таблицу как на “базовую конфигурацию винтовки”. Некоторые измерения были сделаны в имперских единицах и переведены в метрические, что объясняет некруглые значения в метрической системе. Сила трения поршня была измерена с помощью прибора для измерения усилия спуска и составила около 72 унций (2,041 кг). Сила трения, связанная с направляющей пружины, была настолько мала, что ей можно пренебречь. Величина мертвого объема (МО) была получена путем вычисления объема круглой канавки в манжете поршня, глубиной 2 мм и шириной 1 мм. Казенный зазор (глубина посадки пульки) был измерен и составил около 0,5 мм.

Во всех последующих вычислениях дискретизация пружины по методу конечных элементов включала 40 конечных элементов одинаковой длины.

TABLE 1. Beeman RS2 action technical specifications.

Spring		Piston		Chamber	
Free length	285.75 mm	Weight	0.298 Kg	Diameter	25 mm
Number coils	43 ----	Piston head thickness	12 mm	Seal cavity comp. depth	0.53 mm
Outside diameter	17.78 mm	Seal thickness	6.7 mm	Transfer port diameter	3.4 mm
Wire diameter	3.02 mm			Transfer port length	23 mm
Spring precompression	52.705 mm				
Rear spacer thickness	0 mm				
Front spacer thickness	7.49 mm				
Cocking stroke	100 mm				
Guide length	100 mm				

В следующей таблице показано среднее значение измеренных начальных скоростей и их соответствующий средний разброс. Использовался стандартный электронный хронограф, выстрелы производились с расстояния около 0,2 м. В большинстве случаев количество выстрелов для каждой длины ствола и веса пули составляло от 15 до 20. Длины стволов в таблице 2 являются метрическими переводами 4, 6, 8, 10, 12, и 14 дюймов. Поскольку нет практического способа узнать, какова погрешность хронографа, разброс скоростей в таблице 2 учитывают только изменчивость измеренных скоростей.

/какие-то подозрительные, нереально маленькие цифры разброса скоростей. Возможно, ошибка в порядке, т.е. «0.» записан по ошибке ☺/

TABLE 2. Muzzle velocity estimations and standard errors for four JSB 4.5 mm lead pellets.

		Estimated muzzle velocities (m/sec)				Estimators standard error (m/sec)			
P. weight (g)	B. length (m)	0.510	0.547	0.670	0.870	0.510	0.547	0.670	0.870
		0.1016	233	226	210	178	0.3	0.4	0.2
0.1270	249	244	225	194	0.3	0.2	0.2	1.2	
0.2032	268	261	234	199	0.5	0.4	0.3	0.5	
0.2540	277	266	240	204	0.4	0.6	0.2	0.6	
0.3048	274	267	242	206	0.3	0.5	0.6	0.8	
0.3556	275	267	246	215	0.9	0.4	0.2	0.4	

Оценка параметров модели. В этой модели есть только два параметра, которые не могут быть измерены и должны быть откалиброваны. Это коэффициент трения пульки и коэффициент теплопроводности. Все остальные параметры могут быть измерены. В таблице 3 приведены необходимые параметры - эти величины были получены с помощью прибора для измерения усилия спуска. Часть параметров в таблице 3 зависят от используемых пульек. Чтобы измерить глубину опоры пульки, определяемую как глубина юбки, которая вступает в тесный контакт со стволом в результате деформации(раздутия) под давлением, пульки были выпущены в коробку, заполненную мягкой папиросной бумагой, и извлечены с минимальной деформацией. Глубина опоры юбки была приблизительно измерена на уровне 1,2 мм для более легких пульек и немного короче для более тяжелых. Тем не менее, для целей расчета глубина опоры была принята одинаковой для всех пульек. Это не является проблемой, поскольку коэффициент трения пульки можно регулировать с учетом наблюдаемой разницы.

TABLE 3. Measured model parameters for four JSB 4.5 mm lead pellets.

Measured parameter	Pellet weight (g)			
	0.510	0.547	0.670	0.870
Skirt bearing depth (mm)	1.2	1.2	1.2	1.2
Elastic friction force (Kg)	0.544	0.544	0.227	0.227
Breaking force (Kg)	2.722	2.722	1.814	1.814
Piston seal force (Kg)	2.041	2.041	2.041	2.041
Breech gap (mm)	0.5	0.5	0.5	0.5

Строгая процедура калибровки коэффициентов трения пульки и теплопроводности повлекла бы за собой нелинейную задачу оптимизации для каждой пульки. Вместо того, чтобы заниматься сложными вычислениями, была проведена упрощенная калибровка, на основании сравнения скоростей, соответствующих самому длинному стволу.

Откалиброванные коэффициенты трения юбки приведены в таблице 4.

TABLE 4. Skirt friction coefficient calibrated to match muzzle velocities for four JSB 4.5 mm lead pellets and 0.3556 m (16 in) barrel.

Calibrated parameter	Pellet weight (g)			
	0.510	0.547	0.670	0.870
Skirt friction coefficient	0.349	0.343	0.323	0.305
Heat transfer coefficient	0.000	0.000	0.000	0.000

Используя значения коэффициентов в таблице 4, были рассчитаны начальные скорости для других длин стволов и сопоставлены с измерениями. Как показано на графиках ниже, скорости для всех длин стволов достаточно хорошо согласуются с коэффициентом трения пульки и нет необходимости в учете теплопередачи.

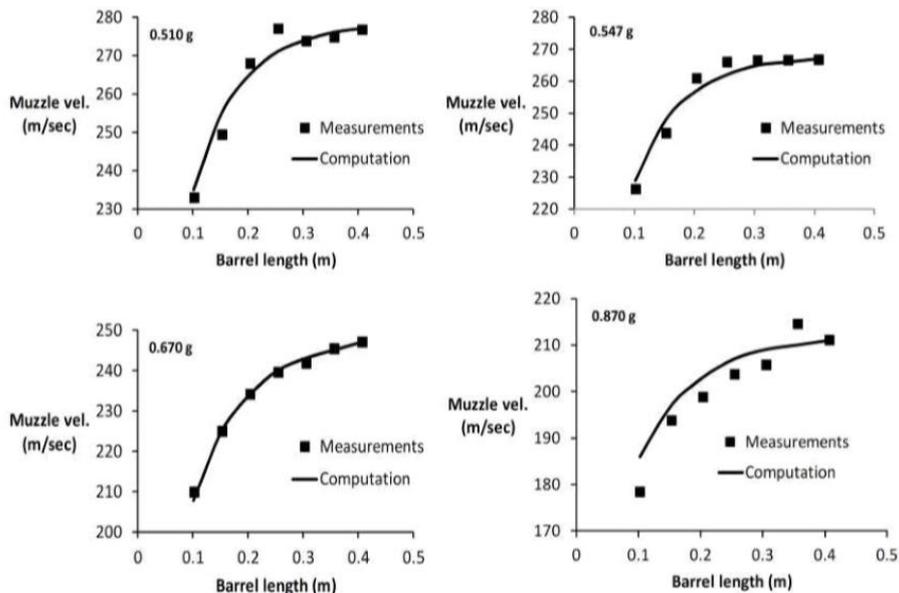
Это не означает, что процесс полностью адиабатический, существует некоторая коллинеарность между трением юбки и теплопередачей. Однако эти результаты указывают на то, что для практических целей адиабатический процесс отражает вполне актуальную картину.

В значениях, приведенных в таблице 4, несложно разобраться. Две более легкие модели (*экспресс и экзакт*) похожи друг на друга тем, что обе имеют ярко выраженную талию и относительно тонкие юбки. Их носы оказывали большее сопротивление движению внутри ствола, чем две модели более тяжелых (*хевики и монстры*). */сомнительно, оставим на совести автора/* Тяжелые также похожи друг на друга, но значительно отличаются от двух более легких. Более тяжелые пульки имели более толстые юбки, гораздо менее выраженные талии и оказывали меньшее сопротивление при попадании в ствол. */опять же сомнительно/* Пулька с более тонкой и податливой юбкой будет испытывать большее трение из-за более легкой деформации под давлением и, следовательно, из-за большей площади опоры. Тот факт, что глубина опоры юбки предполагалась одинаковой для всех пулек, только подтверждает эту идею.

/мое мнение, автор неверно интерпретировал результат из-за неверного учета усилия страгивания пульки. Именно из-за низкого усилия страгивания и провалились по энергии совсем мягкие экспрессы относительно хевиков. А в случае расширения юбки пульки и повышения трения скорость на экспрессах почти всегда будет расти. Автор в свою очередь противоположно связал это якобы с повышенным коэф. трения, который аналитически калибровал(подгонял) до получения нужных результатов. Так же, большая ошибка автора в том, что он использовал пульки с весьма близким параметром усилия страгивания, которые требуют почти одинаковую настройку. Вместо этого надо было взять в противовес Натремановскую Баракуду, или PBC Супердоум, которые достаточно сильно отличаются по настройке и наглядно покажут зависимость настройки от типа применяемых пулек. /

РИСУНОК 9. Рассчитанные скорости пули по сравнению с реально измеренными для четырех пуль калибра 4,5 мм JSB. Обратите внимание на расширенные вертикальные шкалы.

FIGURE 9. Computed versus experimentally estimated muzzle velocities for four 4.5 mm JSB match quality pellets - notice the expanded vertical scales.



На блоке графиков 9 показан уровень соответствия, который эта модель дает нам с учетом калибровки (😊) параметров для каждой пульки. В случае пульки весом 0,670 г (10,34 г) (ЖСБ Хеви) соответствие между расчетами и экспериментом исключительно хорошее. Учитывая неопределенность в измерительном оборудовании и учитывая невысокий уровень исполнения винтовки, этот уровень соответствия является весьма удовлетворительным.

/Опять же несоответствие на экспрессах объясняется отсутствием должного учета усилия страгивания. Ими вообще, в принципе весьма проблемно настроить типичную магнум винтовку. Хевики в этом плане гораздо более предсказуемы. Мое мнение, мы наблюдаем подгонку результата за счет аналитически (искусственно) подогнанных коэффициентов. Соответственно модель в том виде как она есть, потребует заново экспериментально подгонять коэффициенты под каждую новую пульку. Вроде бы об этом уже написано, но разница в величине коэф. трения выведенных таким образом превысит разницу обусловленную одной лишь геометрией и материалом. /

Весьма непросто вычислить момент инерции используемых пулек. Поэтому было использовано простое приближение, предполагающее, что момент инерции каждой пульки составляет 90% от момента инерции цилиндра той же массы и диаметра, что и сама пулька, как показано в следующей таблице.

ТАБЛИЦА 5. Предполагаемые осевые моменты инерции как доли от момента инерции правильного цилиндра.

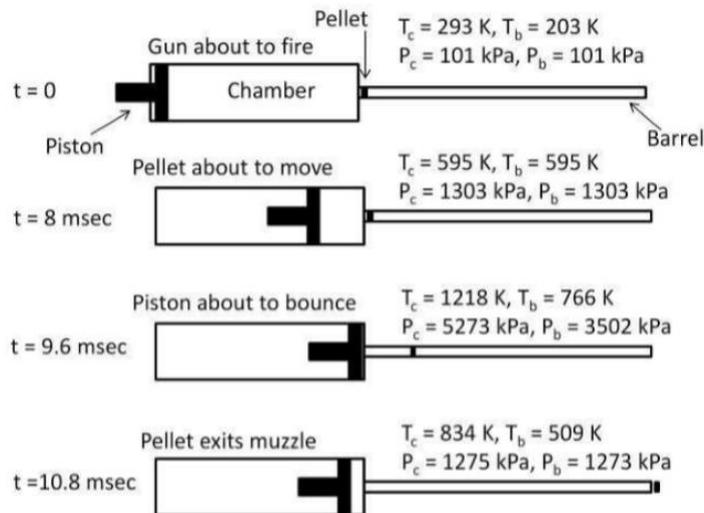
TABLE 5. Assumed axial moments of inertia as fractions of uniform cylinder moment of inertia.

Pellet mass (g)	0.510	0.547	0.670	0.870
Cylinder moment of inertia (kg m^2)	1.29E-09	1.38E-09	1.69E-09	2.20E-09
Fraction	0.9	0.9	0.9	0.9
Assumed moment of inertia (kg m^2)	1.16E-09	1.24E-09	1.52E-09	1.98E-09

Энергия вращения, обусловленная закручиванием в нарезах, оказывает очень небольшое влияние на производительность, и точный расчет осевого момента инерции пульки не принесет большой пользы. Конечно, это упрощенное предположение, которое я еще рассмотрю в следующем разделе.

Этот уровень соответствия дает нам уверенность в том, что модель отражает основную физику. Давайте теперь воспользуемся моделью, чтобы получить представление о внутренней динамике ППП.

FIGURE 10. Typical firing cycle for the Beeman RS2 air rifle with the 0.670 g JSB pellet, 0.3556 m (16 in) barrel (distances not to scale).



6.2 Цикл выстрела

На рисунке 10 показана стилизованная схема цикла выстрела в ППП. Стрельба ведется в атмосферных условиях. Давление и температура в компрессоре повышаются (в данном случае адиабатически и изоэнтропически) до тех пор, пока сила действия сжатого воздуха не превысит усилие срабатывания (в данном случае 1,814 кг), после чего она начнет двигаться. Когда пулька пройдет расстояние чуть меньше одной четверти длины ствола, поршень отскочит назад. Пулька тем временем продолжит двигаться вперед по стволу.

Пиковые температуры и давления возникают во время перемещения пульки по каналу ствола и значительно превышают соответствующие значения во время отскока. Самые высокие давление и

температура в компрессоре составляют 29 248 кПа (~288атм) и 1452 К (~1200 С) соответственно, в то время как самые высокие значения для казенной части составляют 27 298 кПа (~270атм) и 1506 К (~1230 С).

Расчеты показывают, что существует три возможных режима, описывающих цикл выстрела ППП.

Плавный отскок поршня. Режим характеризуется тем, что поршень доходит почти до самого дна компрессора и отскакивает назад, не касаясь дна, т.е. без упругого соударения. В этом режиме поршень отражается за счет быстрого возрастания давления перед ним, от так называемой воздушной подушки. Пулька начинает движение незадолго до того, как поршень отскакивает.

Поршень отскакивает после соударения с дном. По-видимому, это довольно распространенная ситуация. Поршень достигает дна компрессора, вступает в физический контакт с дном и отскакивает назад. Как и в предыдущем случае, пулька начинает движение незадолго до того, как поршень достигает дна. В этом режиме кинетическая энергия поршня рассеивается(теряется) при столкновении с дном компрессора.

/описана классическая ситуация перекаченной пружины и почему от этого падает скорость. /

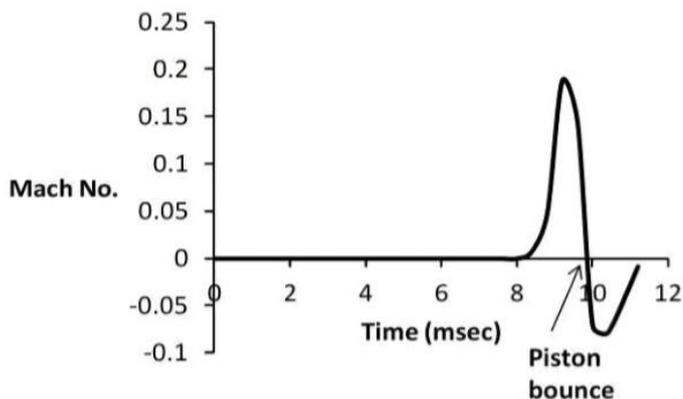
Поршень сталкивается, но не отскакивает. В этом случае манжета поршня сталкивается с дном компрессора, и пуля выходит из дульного среза до того, как начнется отскок поршня.

/скорее всего описана работа совсем слабеньких шарометов по типу Daisy Red Ryder/

Число Маха в перепуске. Было обнаружено, что число Маха при истечении из перепуска всегда меньше единицы, как показано на графике 11. Это не означает, что скорость воздуха была низкой, поскольку скорость звука в данных условиях намного выше, чем в атмосферных. С точки зрения эффективности, дозвуковое истечение намного лучше, чем сверхзвуковой поток. На графике показано изменение числа Маха в перепуске для эталонного случая.

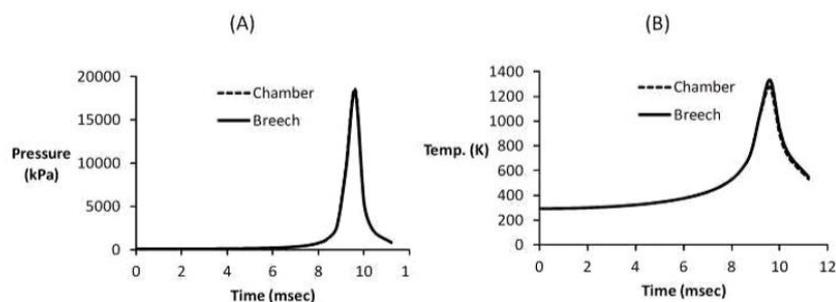
Стандартное определение числа Маха - беззнаковое. Однако, чтобы отобразить направление потока через перепуск, на графике показана подписанная версия числа Маха, где отрицательные значения соответствуют изменению направления потока из казенной части обратно в компрессор. Обратите внимание, что число Маха относительно невелико на протяжении всего цикла выстрела.

FIGURE 11. Transfer port Mach number (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel).



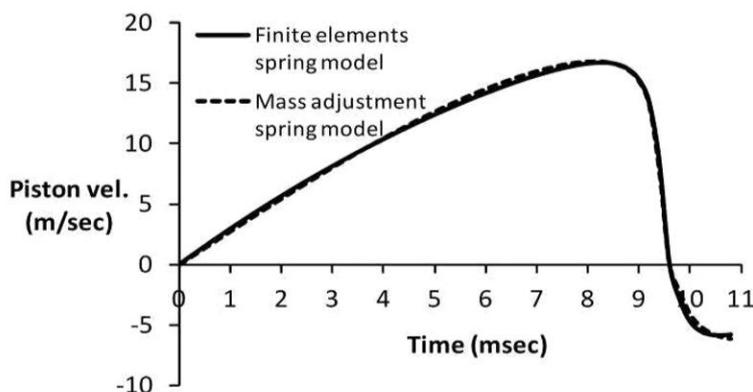
Давление и температура во время цикла выстрела. В блоке 12 показано изменение температуры и давления во время выстрела. Обратите внимание, что давление в компрессоре и казенной части почти не отличается - причина этого в том, что разряд через перепуск всегда дозвуковой. А вот температура в компрессоре и казенной части близка, но не идентичны. Разница возникает главным образом из-за неизоэнтропийных процессов в казенной части.

FIGURE 12. Temperature and pressure during firing cycle (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel).



Скорости поршня и пульки во время выстрела. Ближайшее рассмотрение скорости поршня во время выстрела помогает нам визуализировать разницу между стандартной моделью пружины, где масса поршня корректируется с учетом массы пружины, и рассмотрением пружины по методу конечных элементов, более правильно отражающее распределение массы пружины. На следующем графике сравнивается скорость поршня для этих двух случаев (0,670 г JSB).

FIGURE 13. Piston velocity during firing - standard mass-corrected versus finite elements spring model (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel).



Хотя две кривые близко следуют друг за другом, модель конечных элементов приводит к несколько меньшей энергии пульки (примерно 1 Джоуль, или около 6 м/сек). Это различие объясняется большим удержанием энергии в случае конечно-элементной модели. В то время как пружина в модели с компенсацией массы теряет около 85% своей энергии во время выстрела, в

случае с конечными элементами теряется около 78% энергии. Обе модели были бы эквивалентны при равномерной работе пружины. Однако пружина в ППП сжимается и разжимается неравномерно, особенно к концу цикла выстрела, когда отскок поршня вызывает продольную вибрацию пружины.

На рисунке 14 показана скорость пружины и пульки. Обратите внимание, что к тому времени, когда поршень отскакивает назад, пулька уже набирает до 50% от своей начальной скорости вылета из ствола.

FIGURE 14. Piston and pellet velocities (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel.)

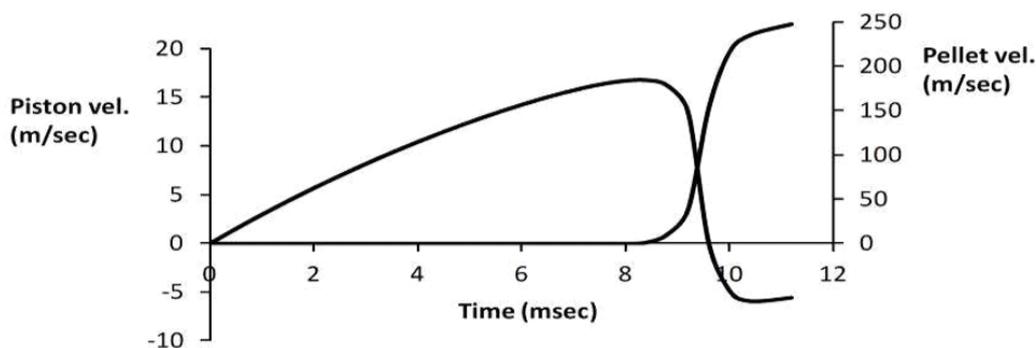
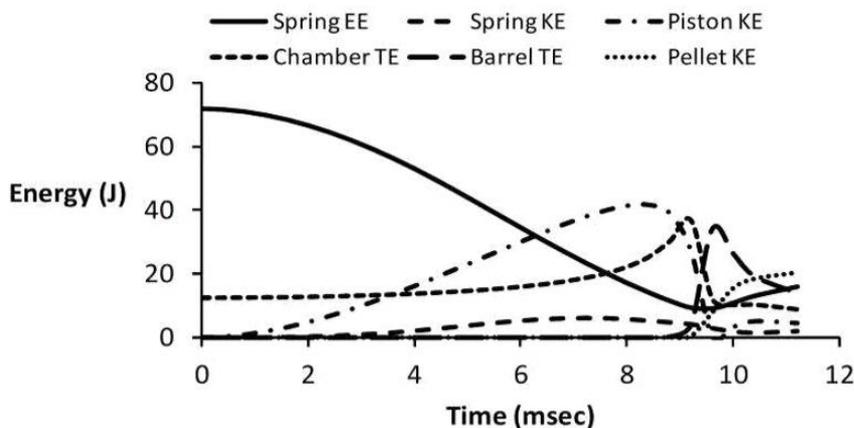


РИСУНОК 15. Баланс энергии во время цикла выстрела (0,670 г JSB, ствол 355 мм) - EE означает потенциальную энергию, KE означает кинетическую энергию, а TE означает тепловую энергию.

FIGURE 15. Energy balance during firing cycle (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel) - EE stands for elastic energy, KE stands for kinetic energy, and TE stands for thermal energy.



6.3 Энергетический бюджет и баланс

Когда винтовка взведена, до выстрела, большая часть энергии запасается в виде потенциальной энергии сжатой пружины, небольшая часть энергии также присутствует в виде тепловой энергии в компрессоре, перепуске и в объеме за пулкой. Во время цикла выстрела происходит сложный процесс обмена энергией между пружиной, компрессором, объемом воздуха за пулкой и самой пулкой.

На рисунке 15 показан обмен энергией во время цикла выстрела. Помимо обмена энергией внутри, энергия также выводится из винтовки в виде кинетической энергии, передаваемой снаряду, трения и рассеивания тепла. **А также энтальпии, вытекающей из дульного среза, когда пуля движется внутри ствола, и энтальпии, вытекающей назад при отскоке поршня.** Если принять во внимание все источники и потери энергии, то общий энергетический бюджет должен оставаться постоянным. В следующей таблице показан подробный расход энергии непосредственно перед выстрелом и сразу после того, как пуля покинет ствол. Как вы можете видеть, энергетический бюджет остается постоянным и отличается от первоначальной энергии пружины менее чем на одну сотую процента. Небольшая разница в 0,0033 Джоулей обусловлена ошибкой числового упрощения после запятой при интегрировании системы ОДУ и в некоторой степени также из-за несоответствия в установлении линейно изменяющейся скорости воздуха за пулькой.

TABLE 6. Energy budget at the beginning and end of firing cycle (fractions are with respect to the initial elastic energy of the spring) for the relevant airgun components (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel.)

Energy Balance (Joules)					
Comp	Energy	Start	Finish	Diff	Fraction
Spring	Elastic	71.79	16.09	-55.70	-77.6%
	Kinetic	0.00	1.97	1.97	2.7%
	Guide	0.00	0.00	0.00	0.0%
	Total	71.79	18.06	-53.73	-74.8%
Piston	Kinetic	0.00	4.47	4.47	6.2%
	Impact	0.00	6.75	6.75	9.4%
	Friction	0.00	2.17	2.17	3.0%
	Outflow	0.00	-4.57	-4.57	-6.4%
	Total	0.00	8.82	8.82	12.3%
Chamber	Thermal	12.46	8.81	-3.65	-5.1%
	Transfer	0.05	0.45	0.40	0.6%
	Heat loss	0.00	0.00	0.00	0.0%
	Total	12.51	9.26	-3.25	-4.5%
Breech to pellet	Thermal	0.00	13.96	13.96	19.4%
	Kinetic	0.00	0.13	0.13	0.2%
	Heat loss	0.00	0.00	0.00	0.0%
	Total	0.00	14.09	14.09	19.6%
Muzzle	Outflow	0.00	0.84	0.84	1.2%
	Total	0.00	0.84	0.84	1.2%
Pellet	Linear KE	0.00	20.47	20.47	28.5%
	Rot KE	0.00	0.01	0.01	0.0%
	Friction	0.00	12.76	12.76	17.8%
	Total	0.00	33.24	33.24	46.3%
Net energy change				-0.0033	0.0%

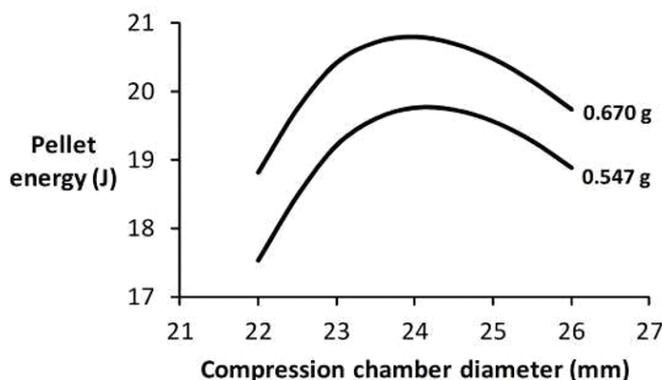
Внимательное изучение этой таблицы проливает свет на малую эффективность ППП. Только около 28% начальной энергии пружины преобразуется в кинетическую энергию снаряда. Почти 18% энергии пружины теряется на преодоление трения пульки в стволе, около 19% (почти столько же) остается в виде тепловой энергии, когда пулька уже покинула ствол. Около 22% удерживается пружиной в виде энергии деформации. Обратите внимание, что энергия потерянная на преодолении нарезов (rotational energy) незначительна по сравнению с другими компонентами.

6.4 Простой параметрический анализ

Понимание зависимости результата от параметров конструкции может дать полезную информацию о том, как может выглядеть оптимально сконструированная ППП. Из множества параметров, которые вы можете проанализировать, я сосредоточусь на диаметре компрессора, диаметре и длине перепуска.

Влияние диаметра компрессора. На следующем рисунке показано влияние диаметра компрессора на энергию пульки для двух популярных пулек JSB в базовой конфигурации винтовки.

FIGURE 16. Effect of compression chamber diameter on power output (0.547 g and 0.670 g JSB pellets, 0.3556 m barrel.)



На этом графике выделяются две вещи. Оптимальный диаметр компрессора, по-видимому, немного превышает 24 мм, и еще немного больше для более легкой пульки. Фактический диаметр компрессора составляет 25 мм. Более точный расчет, учитывающий изменение веса поршня в зависимости от диаметра компрессора, привел бы к смещению оптимального значения вправо. Причина в положительной динамике роста энергии пульки от массы поршня в данной конструкции. Расчеты показывают, что увеличение веса поршня на один грамм приводит к увеличению энергии пульки примерно на 0,047 джоулей для пульки весом 0,547 г. Поскольку увеличение диаметра компрессора также привело бы к утяжелению поршня, оптимальные значения, показанные на рисунке выше, являются заниженными. Это обнадеживает тем, что Veeman RS2, по-видимому, имеет почти оптимальный диаметр компрессора.

/Аналитика не с той стороны. Изменение диаметра при условии оптимальной настройки всегда будут приводить к снижению энергии пульки. Для меньшего диаметра тестируемая пружина слишком сильная, для большего, наоборот. Особенно учитывая, что автор скорее всего оставляет при это неизменным объем компрессора, т.е. меняет ход поршня.

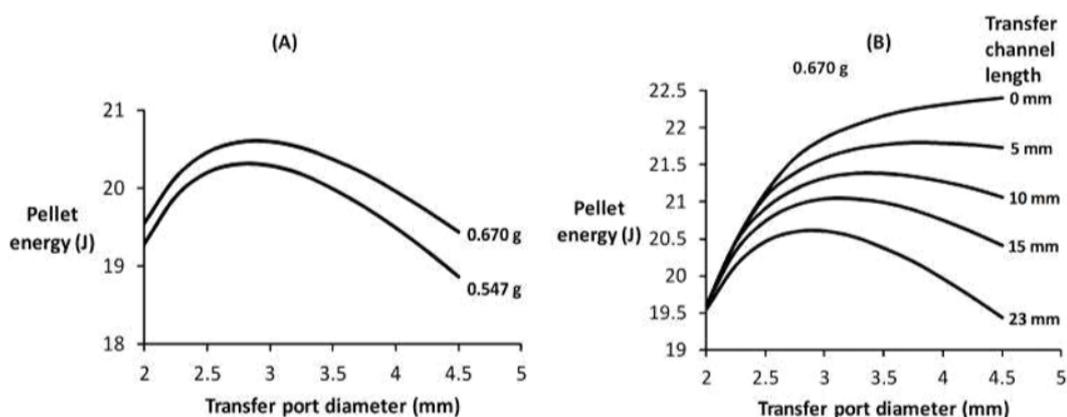
Другими словами, аналогичный расчет любой нормально настроенной конструкции, с любым диаметром компрессора, будет давать аналогичный результат об оптимальности тестируемого диаметра компрессора/

Влияние диаметра перепускного отверстия. Это параметр, который можно изменять относительно независимо от других конструктивных ограничений. Из двух приведенных ниже рисунков рисунок (А) относится к условиям проектирования Veeman RS2, где длина перепуска составляет 23 мм. Согласно графику, оптимальный диаметр перепуска составляет около 3 мм для пульки весом 0,670 г и немного меньше для пульки весом 0,547 г. Фактический диаметр перепуска составляет 3,4 мм.

Хотя нет способа узнать, был ли перепуск Veeman RS2 спроектирован оптимально, можно утверждать, что оптимальные значения, показанные на графике, являются заниженными. Причина в том, что эти вычисления были выполнены при коэффициенте истечения, равном единице. При коэффициенте немного меньшем единицы, эффективный диаметр отверстия был бы больше, а оптимальное значение было бы смещено вправо.

РИСУНОК 17. Влияние диаметра перепуска на энергию для двух пулек JSB - рисунок слева для номинальной длины перепуска 23 мм, рисунок справа для пульки JSB весом 0,670 г и различной длины перепуска.

FIGURE 17. Effect of transfer port diameter on pellet energy for two JSB pellets - figure on the left is for the nominal transfer channel length of 23 mm, figure on the right is for the 0.670 g JSB pellet and varying transfer channel lengths.



На приведенном выше рисунке (В) показано влияние диаметра перепуска к его длине. Если длина канала равна нулю, а точнее, если объем перепуска равен нулю, оптимальный его диаметр соответствует диаметру казенной части ствола. Этот результат ожидаем, поскольку соответствие диаметру казенной части означает отсутствие энтропийного перемешивания воздуха при выходе из компрессора.

/Опять пример обратной аналитики. Изменение геометрических параметров на хорошо настроенной системе всегда будет приводить к падению энергии пульки. Без труда можно перестроить винтовку так, что пик графика уйдет к значению 4мм.

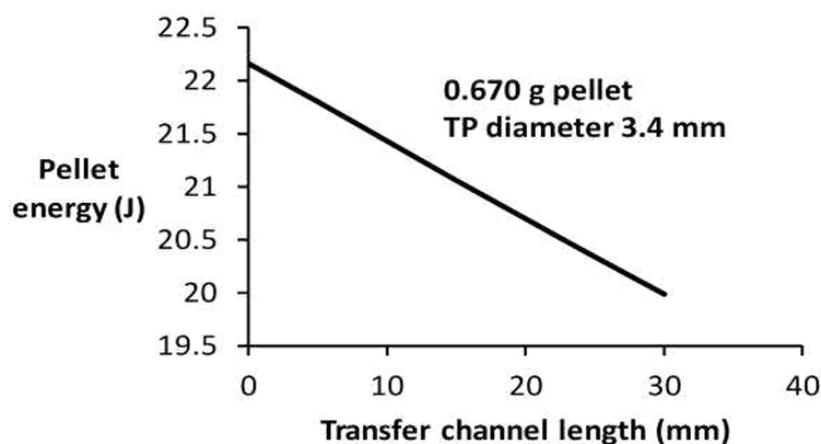
Правый график гораздо интереснее и вполне отражает компромиссность отношения мертвого объема и теплопотерь перепуска к дросселированию /

Влияние длины перепуска. Поскольку перепуск представляет собой мертвый объем, с некоторыми оговорками, интуитивно понятно, что при отсутствии таких осложняющих проблем, как эффект дросселирования, сокращение длины перепуска будет увеличивать энергию пульки.

На следующем графике показано влияние длины перепуска. Существует почти линейная зависимость между длиной перепуска и энергией пульки. Это ожидаемо из первых принципов - канал перепуска влияет на энергию пульки через объем, который можно рассматривать как мертвый объем компрессора. Если бы учитывался эффект дросселирования, линия на графике 17 показывала бы менее крутой наклон по мере приближения к нулю. Скорее всего это справедливо и в обратную сторону - этот вопрос не может быть решен без дополнительных исследований. Скорее всего, настоящие вычисления несколько переоценивают влияние на мощность уменьшения длины перепуска.

РИСУНОК 18. Влияние длины перепуска (пулька 0,67 г JSB, ствол 0,3556 м).

FIGURE 18. Effect of transfer channel length (0.670 g JSB pellet, 0.3556 m barrel.)



7.0 Выводы

Я описал и структурировал комплексную модель внутренней динамики ППП, где термодинамические эффекты моделируются как квазистатические с точки зрения гидродинамики. Модель успешно описывает сложности энергетического баланса между различными компонентами ППП и является значительно более всеобъемлющей, чем другие в открытой литературе, поскольку текущий подход учитывает детали, имеющие практическое значение, такие как мертвый объем манжеты и объем перепуска. Модель была успешно откалибрована в адиабатических предположениях с целью расчета скоростей четырех видов пульек, выпущенных из стандартной пневматической винтовки средней мощности. Однако важно иметь в виду существенные допущения, лежащие в основе этой модели. Эти предположения, в частности пренебрежение кинетической энергией воздуха в компрессоре в то время, когда поршень быстро приближается к концу своего хода, должны были бы быть проверены на основе полной модели газовой динамики камеры Навье Стокса.

8.0 References

1. S.J. Compton, "Internal ballistics of a spring-air pellet gun", Internet paper, May 2007
2. C.E. Mungan, "Internal ballistics of pneumatic potato cannon", Eur. J. Phys. 30, -457, 2009
3. M. Denny, "The internal ballistics of an air gun", The Physics Teacher, 49, 181-183, Feb. 2011
4. Z. J. Rohrbach, T. R. Buresh, and M.J. Madsen, "Modeling the exit velocity of a compressed air cannon", Am. J. Phys. 80 (1), 24-26, Jan. 2012

5. L. Ruby, "Equivalent mass of a coil spring", *The Physics Teacher*, 38, 148-149, March 2000
6. A.D. Deutschman, WJ Michaels, and C.E. Wilson, "Machine Design - Theory and Practice", Mcmillan, 757-758, 1975
7. D.E. Carlucci and S.S. Jacobson, "Ballistics - Theory and design of guns and ammunition", CRC Press, 64-96, 2008
8. W.F. Morrison, G. P. Wren, W.F. Oberle, and S.L. Richardson, "The Application of Lagrange and Pidduck-Kent Gradient Models to Guns Using Low Molecular Weight Gases", ARL-TR-48, February 1993